数学B－練習と補充問題の解答(p.84～p.95)

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1 次の和を求めよ。

(1) $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+20^2$　　(2) $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+30^2$

解答 (1) 2870　(2) 9455

2 次の式を項の和の形で書け。

(1) $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$　　(2) $\sum_{k=3}^{8}2^{k-1}$　　(3) $\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k}$

解答 (1) $1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)$　(2) $2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7$

(3) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{n-1}$

3 (1), (2) の式が次の和を表すように □ に適する数や式を求めよ。

$$1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+11^2$$

(1) $\sum_{k=1}^{6}\square$　　(2) $\sum_{k=2}^{\square}\square$

解答 (1) $\sum_{k=1}^{6}\boxed{(2k-1)^2}$　(2) $\sum_{k=2}^{\boxed{7}}\boxed{(2k-3)^2}$

4 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{15}2$　　(2) $\sum_{k=1}^{24}k$　　(3) $\sum_{k=1}^{50}k$

(4) $\sum_{k=1}^{7}k^2$　　(5) $\sum_{k=1}^{12}k^2$

解答 (1) 30　(2) 300　(3) 1275　(4) 140　(5) 650

5 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n}(2k+1)$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}(3k-5)$　　(3) $\sum_{k=1}^{n-1}4k$

解答 (1) $n(n+2)$　(2) $\frac{1}{2}n(3n-7)$　(3) $2n(n-1)$

6 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n}(3k^2-7k+4)$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}(k-1)(k-2)$

解答 (1) $n(n-1)^2$　(2) $\frac{1}{3}n(n-1)(n-2)$

7 次の和を求めよ。

(1) $2^2+4^2+6^2+\cdots\cdots+(2n)^2$　　(2) $1^2+3^2+5^2+\cdots\cdots+(2n-1)^2$

解答 (1) $\frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$　(2) $\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$

8 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n}2\cdot5^{k-1}$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}3^{k-1}$

解答 (1) $\frac{1}{2}(5^n-1)$　(2) $\frac{1}{2}(3^n-1)$

9 階差数列を考えて，次の数列の第6項，第7項を求めよ。

1, 2, 5, 10, 17, ……

解答 第6項は26，第7項は27

10 階差数列を利用して，次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 1, 2, 4, 7, 11, ……　　(2) 1, 2, 5, 14, 41, ……

解答 (1) $a_n=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n+1$　(2) $a_n=\frac{1}{2}(3^{n-1}+1)$

11 初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=n^2-n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答 $a_n=2n-2$

12 恒等式

$$\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$$

を利用して，次の和 S を求めよ。

$$S=\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

解答 $\frac{n}{2n+1}$

13 次の和 S を求めよ。

$$S=1\cdot1+2\cdot3+3\cdot3^2+\cdots\cdots+7\cdot3^6$$

解答 7108

14 正の奇数の列を，次のような群に分ける。ただし，第 n 群には n 個の数が入るものとする。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, ……

第1群　第2群　第3群　第4群

(1) $n\geqq2$ のとき，第 n 群の最初の数を n の式で表せ。

(2) 第15群に入るすべての数の和 S を求めよ。

解答 (1) n^2-n+1　(2) 3375

15 恒等式 $k^4-(k-1)^4=4k^3-6k^2+4k-1$ を用いて，次の公式を確かめよ。

$$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$$

解答 略

16 和 $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k+2)$ を求めよ。ただし，次の公式を用いてよい。

$$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$$

解答 $\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

17 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k^2+3k+2}$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$

解答 (1) $\frac{5}{12}$　(2) $\sqrt{n+1}-1$

18 次の和 S を求めよ。

$$S=2\cdot1+3\cdot2+4\cdot2^2+\cdots\cdots+(n+1)\cdot2^{n-1}$$

解答 $n\cdot2^n$