# 新編数学Ⅱ改訂版（教科書の）練習および補充問題の答　＜1帯・4帯＞

P7 練習1　※下線部のように公式に忠実に代入する。いきなり暗算でやらない！

(1) $\underline{(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3}=x^3+6x^2+12x+8$

(2) $\underline{(x-1)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2-1^3}=x^3-3x^2+3x-1$

(3) $\underline{(3a+b)^3=(3a)^3+3\cdot(3a)^2\cdot b+3\cdot 3a\cdot b^2+b^3}=27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3$

(4) $\underline{(x-2y)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot 2y+3\cdot x\cdot(2y)^2-(2y)^3}=x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

P7 練習2　※左辺を分配公式で展開すれば右辺にたどり着ける！

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=(a+b)a^2+(a+b)\cdot(-ab)+(a+b)b^2$$
$$=a^3+a^2b-a^2b-ab^2+ab^2+b^3=a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)a^2+(a-b)\cdot ab+(a-b)b^2$$
$$=a^3-a^2b+a^2b-ab^2+ab^2-b^3=a^3-b^3$$

P7 練習3

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2)=x^3+2^3=x^3+8$

(2) $(x-3)(x^2+3x+9)=(x-3)(x^2+x\cdot 3+3^2)=x^3-3^3=x^3-27$

(3) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)=(x+3y)\{x^2-x\cdot 3y+(3y)^2\}=x^3+(3y)^3=x^3+27y^3$

(4) $(2x-a)(4x^2+2ax+a^2)=(2x-a)\{(2x)^2+2x\cdot a+a^2\}=8x^3-a^3$

P8 練習4　※この因数分解は重要！

(1) $x^3+27=x^3+3^3=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)=(x+3)(x^2-3x+9)$

(2) $x^3-1=x^3-1^3=(x-1)(x^2+x\cdot 1+1^2)=(x-1)(x^2+x+1)$

(3) $125x^3+a^3=(5x)^3+a^3=(5x+a)\{(5x)^2-5x\cdot a+a^2\}=(5x+a)(25x^2-5ax+a^2)$

(4) $64x^3-y^3=(4x)^3-y^3=(4x-y)\{(4x)^2+4x\cdot y+y^2\}=(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

P8 練習5　※$x^6-2^6=(x^2)^3-(2^2)^3=(x^2-2^2)\{(x^2)^2+(x^2)\cdot(2^2)+(2^2)^2\}$とすると途中でストップする！

(1) $x^6-64=x^6-2^6=(x^3)^2-(2^3)^2$
$$=(x^3+2^3)(x^3-2^3)=(x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$
$$=(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$$

(2) $x^6-y^6=(x^3)^2-(y^3)^2=(x^3+y^3)(x^3-y^3)=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$
$$=(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$$

P9 練習6

$(a+b)^5=(a+b)^4(a+b)$と見れば，右のようになる。

よって

$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\
\times) & 1 & 1 & & & & \\
\hline
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\
 & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
\hline
 & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1
\end{array}$$

P10 練習7

パスカルの三角形の性質（左上と右上の和が中央の数）から

6 行目の数の配列は，右のようになる。

よって

$(a+b)^6=a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$

| | |
|---|---|
| $n=1$ | 1　1 |
| $n=2$ | 1　2　1 |
| $n=3$ | 1　3　3　1 |
| $n=4$ | 1　4　6　4　1 |
| $n=5$ | 1　5　10　10　5　1 |
| $n=6$ | 1　6　15　20　15　6　1 |

P11 練習8

(1)　$(x+1)^4={}_4C_0x^4+{}_4C_1x^3\cdot1+{}_4C_2x^2\cdot1^2+{}_4C_3x\cdot1^3+{}_4C_4\cdot1^4$

$=x^4+4x^3+6x^2+4x+1$

(2)　$(x-2)^6=\{x+(-2)\}^6$

$={}_6C_0x^6+{}_6C_1x^5\cdot(-2)+{}_6C_2x^4\cdot(-2)^2+{}_6C_3x^3\cdot(-2)^3+{}_6C_4x^2\cdot(-2)^4+{}_6C_5x\cdot(-2)^5+{}_6C_6(-2)^6$

$=x^6-12x^5+60x^4-160x^3+240x^2-192x+64$

P12 練習9

(1)　$(2x+3)^4$ の展開式の一般項は　${}_4C_r(2x)^{4-r}\cdot3^r={}_4C_r2^{4-r}\cdot3^rx^{4-r}$

$x^3$ の項を求めるので，$4-r=3$　とおくと　$r=1$　となる。

よって，求める係数は　${}_4C_1\times2^3\times3=96$　である。

(2)　$(x-2y)^5$ の展開式の一般項は　${}_5C_rx^{5-r}(-2y)^r={}_5C_r(-2)^rx^{5-r}y^r$

$x^2y^3$ の項を求めるので，$r=3$　となる。

よって，求める係数は　${}_5C_3\times(-2)^3=-80$　である。

P12 練習１０　※これは初心者ではなかなか思いつかない！

等式　$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots\cdots+{}_nC_nx^n$　において，$x=-1$ を代入すると

左辺$=(1-1)^n=0$　右辺$={}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots\cdots+(-1)^n{}_nC_n$　となる。

よって，等式　${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$　が成り立つ。

P13 練習１１

(1)　$\{(a+b)+c\}^6$ の展開式において，$c^2$ を含む項は　${}_6C_2(a+b)^4c^2$

$(a+b)^4$ の展開式において，$a^3b$ の項は　${}_4C_1a^3b$　よって，求める係数は　${}_6C_2\times{}_4C_1=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times4=60$

(2)　$\{(a+b)+c\}^6$ の展開式において，$c^2$ を含む項は　${}_6C_2(a+b)^4c^2$

$(a+b)^4$ の展開式において，$a^2b^2$ の項は　${}_4C_2a^2b^2$　よって，求める係数は　${}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=90$

(3)　$\{(a+b)+c\}^6$ の展開式において，$c$ を含まない項は　${}_6C_0(a+b)^6$

$(a+b)^6$ の展開式において，$a^2b^4$ の項は　${}_6C_4a^2b^4$　よって，求める係数は　${}_6C_0\times{}_6C_4=1\times{}_6C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$

P13 練習1

(1)　$\dfrac{7!}{1!\,3!\,3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=140$　(2)　$\dfrac{7!}{2!\,2!\,3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{2\cdot1\times2\cdot1}=210$　(3)　$\dfrac{7!}{3!\,4!\,0!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$

P15 練習１２

(1)

$$
\begin{array}{r}
3x-1 \\
x+2\,\overline{)\,3x^2+5x+4} \\
\underline{3x^2+6x} \\
-x+4 \\
\underline{-x-2} \\
6
\end{array}
$$

商 $3x-1$，余り 6

(2)

$$
\begin{array}{r}
x^2-x-3 \\
x-3\,\overline{)\,x^3-4x^2\qquad-5} \\
\underline{x^3-3x^2\qquad\quad} \\
-x^2\qquad\quad \\
\underline{-x^2+3x}\quad \\
-3x-5 \\
\underline{-3x+9} \\
-14
\end{array}
$$

商 $x^2-x-3$，余り $-14$

(3)

$$
\begin{array}{r}
2x+7 \\
x^2-x+2\,\overline{)\,2x^3+5x^2-2x+4} \\
\underline{2x^3-2x^2+4x\quad} \\
7x^2-6x+4 \\
\underline{7x^2-7x+14} \\
x-10
\end{array}
$$

商 $2x+7$，余り $x-10$

(4)

$$
\begin{array}{r}
x-2 \\
x^2+2x-3\,\overline{)\,x^3\qquad-7x+6} \\
\underline{x^3+2x^2-3x\quad} \\
-2x^2-4x+6 \\
\underline{-2x^2-4x+6} \\
0
\end{array}
$$

商 $x-2$，余り 0

P16 練習１３　※割り算の文章問題は　Ａ＝Ｂ×Ｑ＋Ｒ　の形で考える！

(1)　この割り算について，次の等式が成り立つ。　$A=(x+2)(x+3)-1$

したがって　$A=x^2+5x+5$

(2)　この割り算について，次の等式が成り立つ。　$A=(x^2+2x+3)(x-1)+2x+3$

したがって　$A=x^3+x^2+3x$

P16 練習１４

(1)　この割り算について，次の等式が成り立つ。

$$3x^2-4x+5=B\times(x-1)+4$$

整理すると

$$3x^2-4x+1=B\times(x-1)$$

よって，$3x^2-4x+1$ は $x-1$ で割り切れて，その商が $B$ である。

右の計算により

$$B=3x-1$$

$$
\begin{array}{r}
3x-1 \\
x-1\,\overline{)\,3x^2-4x+1} \\
\underline{3x^2-3x\quad} \\
-x+1 \\
\underline{-x+1} \\
0
\end{array}
$$

(2)　この割り算について，次の等式が成り立つ。

$$x^3-2x^2+3x-3=B\times(x-2)-2x+7$$

整理すると

$$x^3-2x^2+5x-10=B\times(x-2)$$

よって，$x^3-2x^2+5x-10$ は $x-2$ で割り切れて，その商が $B$ である。

右の計算により

$$B=x^2+5$$

$$
\begin{array}{r}
x^2\qquad+5 \\
x-2\,\overline{)\,x^3-2x^2+5x-10} \\
\underline{x^3-2x^2\qquad\quad} \\
5x-10 \\
\underline{5x-10} \\
0
\end{array}
$$

P17 練習15

(1) $\dfrac{15ab^4}{6a^3b^2}=\dfrac{5b^2}{2a^2}$

(2) $\dfrac{x^2-9}{x^2+7x+12}=\dfrac{(x-3)(x+3)}{(x+4)(x+3)}=\dfrac{x-3}{x+4}$

(3) $\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2-7x+3}=\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-3)(2x-1)}=\dfrac{x+1}{2x-1}$

P18 練習16

(1) $\dfrac{x^2-4}{x^2-3x}\times\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{(x+2)(x-2)}{x(x-3)}\times\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{x(x+2)(x-2)}{x(x-3)(x+2)}=\dfrac{x-2}{x-3}$

(2) $\dfrac{2x}{2x+1}\times\dfrac{2x^2-3x-2}{x-2}=\dfrac{2x}{2x+1}\times\dfrac{(x-2)(2x+1)}{x-2}=\dfrac{2x(x-2)(2x+1)}{(2x+1)(x-2)}=2x$

(3) $\dfrac{x-2}{x^2+3x}\div\dfrac{x^2-3x}{x^2-9}=\dfrac{x-2}{x(x+3)}\times\dfrac{(x+3)(x-3)}{x(x-3)}=\dfrac{(x-2)(x+3)(x-3)}{x^2(x+3)(x-3)}=\dfrac{x-2}{x^2}$

(4) $\dfrac{x^2-x}{x-3}\div\dfrac{x^2+5x}{x^2+2x-15}=\dfrac{x(x-1)}{x-3}\times\dfrac{(x+5)(x-3)}{x(x+5)}=\dfrac{x(x-1)(x+5)(x-3)}{x(x-3)(x+5)}=x-1$

P19 練習17

(1) $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{x+2}{x-1}$

(2) $\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{x+9}{x+3}=\dfrac{2x+(x+9)}{x+3}=\dfrac{3x+9}{x+3}=\dfrac{3(x+3)}{x+3}=3$

(3) $\dfrac{3x+1}{x-2}-\dfrac{2x-3}{x-2}=\dfrac{(3x+1)-(2x-3)}{x-2}=\dfrac{x+4}{x-2}$

(4) $\dfrac{2x^2}{x-1}-\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{2x^2-(x+1)}{x-1}=\dfrac{2x^2-x-1}{x-1}=\dfrac{(x-1)(2x+1)}{x-1}=2x+1$

P19 練習18

(1) $\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{2(x-2)}{(x+1)(x-2)}+\dfrac{3(x+1)}{(x+1)(x-2)}=\dfrac{(2x-4)+(3x+3)}{(x+1)(x-2)}=\dfrac{5x-1}{(x+1)(x-2)}$

(2) $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-x}=\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{x(x-1)}=\dfrac{x^2}{x(x-1)}-\dfrac{1}{x(x-1)}=\dfrac{x^2-1}{x(x-1)}=\dfrac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}=\dfrac{x+1}{x}$

(3) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{3x-1}{x^2-2x-3}=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{3x-1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x-3)}+\dfrac{3x-1}{(x+1)(x-3)}$

$=\dfrac{(x^2-3x)+(3x-1)}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{x^2-1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{x-1}{x-3}$

(4) $\dfrac{3x+5}{x^2-1}-\dfrac{1}{x^2+x}=\dfrac{3x+5}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{x(3x+5)}{x(x+1)(x-1)}-\dfrac{x-1}{x(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{(3x^2+5x)-(x-1)}{x(x+1)(x-1)}=\dfrac{3x^2+4x+1}{x(x+1)(x-1)}=\dfrac{(x+1)(3x+1)}{x(x+1)(x-1)}=\dfrac{3x+1}{x(x-1)}$

P20 $\boxed{\text{練習}}$19　※恒等式とは $x$ にどんな値を代入しても恒に両辺が等しい値をとる式のこと！

それぞれの左辺を展開してみる。

(1)　左辺$=x^2-1$　(2)　左辺$=x^2-x+x=x^2$　(3)　左辺$=\dfrac{2(x+1)+1}{x+1}=\dfrac{2x+3}{x+1}$

(4)　左辺$=\dfrac{(x+2)-x}{x(x+2)}=\dfrac{2}{x(x+2)}$　　よって，$x$ についての恒等式は (1), (4) である。

P21 $\boxed{\text{練習}}$20

等式の右辺を $x$ について整理すると　$2x^2-7x+8=ax^2+(-3a+b)x+(-3b+c)$

両辺の同じ次数の項の係数を比較して　$2=a$，$-7=-3a+b$，$8=-3b+c$

これを解いて　$a=2$，$b=-1$，$c=5$

P21 $\boxed{\text{練習}}$21

等式の両辺に $x(x+1)$ を掛けて得られる等式　$1=a(x+1)+bx$

が恒等式であればよい。右辺を $x$ について整理すると　$1=(a+b)x+a$

両辺の同じ次数の項の係数を比較して　$0=a+b$，$1=a$

これを解いて　$a=1$，$b=-1$

P22　補充問題1

(1)　$(2x-3)^3=(2x)^3-3(2x)^2\cdot3+3\cdot2x\cdot3^2-3^3=8x^3-36x^2+54x-27$

(2)　$(1-x)(1+x+x^2)=1^3-x^3=1-x^3$

P22　補充問題2

右のように、$a$ は定数とみるので
係数扱いで割り算を行う。

$$\begin{array}{r|l}
 & 4x+3a \\ \hline
x-2a & 4x^2-5ax-6a^2 \\
 & 4x^2-8ax \\ \hline
 & \quad 3ax-6a^2 \\
 & \quad 3ax-6a^2 \\ \hline
 & \qquad 0
\end{array}$$

商 $4x+3a$，余り 0

P22　補充問題3

$$\frac{A}{B}=\frac{1+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}=\frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{x^2-1}{x}}=\frac{x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x}=\frac{x+1}{x}\times\frac{x}{x^2-1}=\frac{x+1}{x}\times\frac{x}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{x-1}$$

P22　補充問題4

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}=\frac{(x+2)(x+3)+x(x+3)+x(x+1)}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$=\frac{3x^2+9x+6}{x(x+1)(x+2)(x+3)}=\frac{3(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)(x+3)}=\frac{3}{x(x+3)}$$

P22　補充問題5

(1)　両辺の同じ次数の項の係数を比較して　$a+b-4=0$，$a-b+2=0$

これを解いて　$a=1$，$b=3$

(2)　等式の左辺を $x$ について整理すると　$(a+2b+2)x+(a-b+5)=0$

両辺の同じ次数の項の係数を比較して　$a+2b+2=0$，$a-b+5=0$

これを解いて　$a=-4$，$b=1$

P24 練習２２

(1) 右辺$=(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)+(3a^2b-3ab^2)=a^3-b^3=$左辺　よって　$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

(2) 右辺$=\left(a^2-ab+\dfrac{b^2}{4}\right)+\dfrac{3}{4}b^2=a^2-ab+b^2=$左辺　よって　$a^2-ab+b^2=\left(a-\dfrac{b}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}b^2$

(3) 左辺$=1+3x+3x^2+x^3$

右辺$=1+x+x+x^2+x(1+2x+x^2)=1+3x+3x^2+x^3$

左辺と右辺が同じ式になるから　$(1+x)^3=1+x+x(1+x)+x(1+x)^2$

P24 練習２３

$c=a+b$ であるから

左辺－右辺$=a^2+bc-(b^2+ca)=a^2+b(a+b)-b^2-(a+b)a=a^2+ab+b^2-b^2-a^2-ab=0$

よって　$a^2+bc=b^2+ca$

P24 練習２４

(1) $c=-(a+b)$ であるから

左辺－右辺$=a^2+ca-(b^2+bc)=a^2-(a+b)a-b^2+b(a+b)=a^2-a^2-ab-b^2+ab+b^2=0$

よって　$a^2+ca=b^2+bc$

(2) $a+b=-c$，$b+c=-a$，$c+a=-b$ であるから

左辺$=ab(-c)+bc(-a)+ca(-b)+3abc=-abc-abc-abc+3abc=0$

よって　$ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)+3abc=0$

P25 練習２５

$\dfrac{a}{b}=3$，$\dfrac{c}{d}=3$ より，$a=3b$，$c=3d$ であるから　$\dfrac{a-c}{b-d}=\dfrac{3b-3d}{b-d}=\dfrac{3(b-d)}{b-d}=3$

P25 練習２６　$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=k$ とおくと　$a=bk$，$c=dk$　と表せる。

(1) 左辺$=\dfrac{a+c}{b+d}=\dfrac{bk+dk}{b+d}=\dfrac{k(b+d)}{b+d}=k$　右辺$=\dfrac{2a-3c}{2b-3d}=\dfrac{2bk-3dk}{2b-3d}=\dfrac{k(2b-3d)}{2b-3d}=k$

よって　$\dfrac{a+c}{b+d}=\dfrac{2a-3c}{2b-3d}$

(2) 左辺$=\dfrac{a^2+c^2}{b^2+d^2}=\dfrac{b^2k^2+d^2k^2}{b^2+d^2}=\dfrac{k^2(b^2+d^2)}{b^2+d^2}=k^2$　右辺$=\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{b^2k^2}{b^2}=k^2$

よって　$\dfrac{a^2+c^2}{b^2+d^2}=\dfrac{a^2}{b^2}$

P27 $\boxed{練習}$ 2 7

左辺－右辺$=(3x-4y)-(2x-3y)=x-y$

$x>y$ より，$x-y>0$ であるから　$(3x-4y)-(2x-3y)>0$

したがって　$3x-4y>2x-3y$

P27 $\boxed{練習}$ 2 8

左辺－右辺$=(xy+6)-(3x+2y)=xy-3x-2y+6=x(y-3)-2(y-3)=(x-2)(y-3)$

$x>2$，$y>3$ より，$x-2>0$，$y-3>0$ であるから　$(x-2)(y-3)>0$

よって　$(xy+6)-(3x+2y)>0$　したがって　$xy+6>3x+2y$

P28 $\boxed{練習}$ 2 9

(1) 左辺－右辺$=(x^2+4y^2)-4xy=x^2-4xy+4y^2=(x-2y)^2\geqq 0$

したがって　$x^2+4y^2\geqq 4xy$

等号が成り立つのは，$x-2y=0$ すなわち $x=2y$ のときである。

(2) 左辺－右辺$=(x+y)^2-4xy=x^2+2xy+y^2-4xy=x^2-2xy+y^2=(x-y)^2\geqq 0$

したがって　$(x+y)^2\geqq 4xy$

等号が成り立つのは，$x-y=0$ すなわち $x=y$ のときである。

P29 $\boxed{練習}$ 3 0

(1) 左辺－右辺$=(a^2+2b^2)-2ab=a^2-2ab+b^2+b^2=(a-b)^2+b^2\geqq 0$

したがって　$a^2+2b^2\geqq 2ab$

等号が成り立つのは，$a-b=0$ かつ $b=0$，すなわち $a=b=0$ のときである。

(2) 左辺－右辺$=a^2-ab+b^2=a^2-ab+\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{3}{4}b^2=\left(a-\dfrac{b}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}b^2\geqq 0$

したがって　$a^2-ab+b^2\geqq 0$

等号が成り立つのは，$a-\dfrac{b}{2}=0$ かつ $b=0$，すなわち $a=b=0$ のときである。

P29 $\boxed{練習}$ 3 1

両辺の平方の差を考えると

$(1+x)^2-(\sqrt{1+2x})^2=(1+2x+x^2)-(1+2x)=x^2>0$

よって　$(1+x)^2>(\sqrt{1+2x})^2$

$1+x>0$，$\sqrt{1+2x}>0$ であるから　$1+x>\sqrt{1+2x}$

P30 $\boxed{\text{練習}}$32

両辺の平方の差を考えると

$(|a|+2|b|)^2-|a+2b|^2=|a|^2+4|a||b|+4|b|^2-(a+2b)^2=a^2+4|ab|+4b^2-(a^2+4ab+4b^2)=4(|ab|-ab)\geqq 0$

よって　$(|a|+2|b|)^2\geqq|a+2b|^2$

$|a|+2|b|\geqq 0$，$|a+2b|\geqq 0$ であるから　$|a|+2|b|\geqq|a+2b|$

等号が成り立つのは，$|ab|=ab$ すなわち $ab\geqq 0$ のときである。

P31 $\boxed{\text{練習}}$33

(1) $a>0$，$\dfrac{4}{a}>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により　$a+\dfrac{4}{a}\geqq 2\sqrt{a\cdot\dfrac{4}{a}}=4$

よって　$a+\dfrac{4}{a}\geqq 4$

等号が成り立つのは，$a>0$ かつ $a=\dfrac{4}{a}$，すなわち $a=2$ のときである。

(2) $\dfrac{a}{b}>0$，$\dfrac{b}{a}>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により　$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqq 2\sqrt{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}}=2$

よって　$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqq 2$

等号が成り立つのは，$a>0$，$b>0$ かつ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a}$，すなわち $a=b$ のときである。

P32　補充問題6

$c=-(a+b)$ であるから

$a^3+b^3+c^3-3abc=a^3+b^3-(a+b)^3+3ab(a+b)=a^3+b^3-a^3-3a^2b-3ab^2-b^3+3a^2b+3ab^2=0$

よって　$a^3+b^3+c^3=3abc$

P32　補充問題7

左辺−右辺$=(ax+by)-(bx+ay)=ax+by-bx-ay=a(x-y)-b(x-y)=(a-b)(x-y)$

$a<b$，$x<y$ であるから　$a-b<0$，$x-y<0$

よって　$(a-b)(x-y)>0$　すなわち　$(ax+by)-(bx+ay)>0$

したがって　$ax+by>bx+ay$

P32　補充問題8

左辺を展開すると　$(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)=1+\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+1=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+2$

ここで，$\dfrac{a}{b}>0$，$\dfrac{b}{a}>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により　$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+2\geqq 2\sqrt{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}}+2=4$

よって　$(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geqq 4$