【p.19 練習11】
次の問いに答えよ。
(1) 大中小 3 個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。
(2) 積 $(a+b)(c+d)(x+y+z)$ を展開すると，項は何個できるか。 (赤)

↳ ( )の中から項を1つずつ選んで掛け合わせるのを全パターンやること。

(解説)
(1) 1 個のさいころで，目の出方は 6 通りある。
よって，積の法則により　$6\times6\times6=216$　答 216 通り
(2) 展開した式の各項は，a，b のうち 1 つの項，c，d のうち 1 つの項，x，y，z のうち 1 つの項の積である。
よって，積の法則により　$2\times2\times3=12$　答 12 個

【p.20 練習12】
次の数について，正の約数は何個あるか。
(1) 16　(2) 144

(解説)
(1) $16=2^4$ であるから，16 の正の約数は 1，2，2^2，2^3，2^4 である。
よって，5 個ある。　答 5 個
(2) $144=2^4\cdot3^2$ であるから，144 の正の約数は，2^4 の正の約数と 3^2 の正の約数の積で表される。
2^4 の正の約数は (1) で求めたように 5 個あり，3^2 の正の約数は 1，3，3^2 の 3 個ある。
よって，積の法則により　$5\times3=15$　答 15 個

【p.22 練習13】
次の値を求めよ。
(1) ${}_5P_2$　(2) ${}_8P_4$　(3) ${}_3P_1$　(4) ${}_6P_6$

計算と意味を両方押さえる!

(解説)
(1) ${}_5P_2=5\cdot4=20$
(2) ${}_8P_4=8\cdot7\cdot6\cdot5=1680$
(3) ${}_3P_1=3$
(4) ${}_6P_6=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$

計算　$\boxed{7}P_3=\underbrace{\boxed{7}\cdot6\cdot5}_{3つ}$　意味　7つのものから3つ選んで並べる

【p.22 練習14】
次のものの総数を求めよ。
(1) 10 人の生徒から 3 人を選んで 1 列に並べるときの並び順
(2) 7 個の数字 1，2，3，4，5，6，7のうちの異なる 4 個を並べて作る 4 桁の整数

(解説)
(1) ${}_{10}P_3=10\cdot9\cdot8=720$ (通り)
(2) ${}_7P_4=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3=2520$ (個)

【p.23 練習15】
次のような並べ方の総数を求めよ。
(1) 5 個の数字 1，2，3，4，5 のすべてを 1 列に並べる。
(2) 7 個の文字 A，B，C，D，E，F，G のすべてを 1 列に並べる。

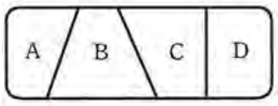
(解説)
(1) $5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$ (通り)
(2) $7!=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5040$ (通り)

$4!={}_4P_4=4\cdot3\cdot2\cdot1$
階乗の記号。

【p.23 練習16】
6 人の候補選手の中から，リレーの第 1 走者から第 4 走者までを決めるとき，4 人の走者の決め方は何通りあるか。

(解説)
6 人から 4 人選んで 1 列に並べる順列の総数と同じである。
よって，走者の決め方の総数は
${}_6P_4=6\cdot5\cdot4\cdot3=360$　答 360 通り

【p.23 練習17】
右の図のような A，B，C，D の 4 つの部分を，すべて違う色で塗り分ける。
5 種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。



(解説)
5 種類から 4 種類を選んで 1 列に並べる順列の総数と同じである。
よって，塗り方の総数は
${}_5P_4=5\cdot4\cdot3\cdot2=120$　答 120 通り

〈条件がついた時は条件の厳しいところから並べる〉

【p.24 練習18】
母音 a，i，u，e，o と子音 k，s，t の 8 個を 1 列に並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。
(1) 両端が母音である。　(2) 母音 5 個が続いて並ぶ。

(解説)
(1) 両端の母音の並べ方は，${}_5P_2$ 通りある。
そのどの場合に対しても，間に並ぶ残り 6 文字の並べ方は，6! 通りある。
よって，並べ方の総数は，積の法則により
${}_5P_2\times6!=5\cdot4\times6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=14400$　答 14400 通り
(2) 母音 5 個をひとまとめにする。
母音ひとまとめと子音 3 個の並べ方は，4! 通りある。
そのどの場合に対しても，ひとまとめにした母音 5 個の並べ方は，5! 通りある。
よって，並べ方の総数は，積の法則により
$4!\times5!=4\cdot3\cdot2\cdot1\times5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=2880$　答 2880 通り

【p.24 練習19】
5 個の数字 1，2，3，4，5 のうち異なる3個を並べて，3 桁の整数を作る。次のような整数は個数作れるか。
(1) 5の倍数　(2) 偶数　(3)奇数

(解説)
(1) 一の位は5の1通り。
百の位，十の位には，残り4個の数字から2個撮って並べる。
よって，求める個数は，積の法則により
$1\times{}_4P_2=1\times4\cdot3=12$　答 12 個
(2) 一の位は2,4の2通り。
百の位，十の位には，残り4個の数字から2個撮って並べる。
よって，求める個数は，積の法則により
$2\times{}_4P_2=2\times4\cdot3=24$　答 24 個
(3) 一の位は1，3，5の3通り。
百の位，十の位には，残り4個の数字から2個撮って並べる。
よって，求める個数は，積の法則により
$3\times{}_4P_2=3\times4\cdot3=36$　答 36 個

【p.25 練習20】　〈円順列は1つ固定して残りを並べる〉
次の場合に，並べ方は何通りあるか。
(1) 5 人を輪の形に並べる。　(2) 異なる 6 個の玉を円形に並べる。

(解説)
(1) 5 人の円順列であるから，その総数は
$(5-1)!=4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$ (通り)
(2) 6 個の円順列であるから，その総数は
$(6-1)!=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$ (通り)

【p.26 練習21】
大人 5 人と子ども 5 人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

(解説)
大人 5 人の円順列の総数は，$(5-1)!$ 通り。
子ども 5 人が大人の間に 1 人ずつ並ぶ方法は，5! 通り。
よって，並び方の総数は，積の法則により
$(5-1)!\times5!=4\cdot3\cdot2\cdot1\times5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=2880$　答 2880 通り

【p.26 練習22】
男子 4 人と女子 2 人が，6 人席の丸いテーブルの席に着席するとき，女子が隣り合うような並び方は何通りあるか。

(解説)
女子 2 人をひとまとめにする。
男子 4 人と女子ひとまとめの円順列の総数は，$(5-1)!$ 通りある。
そのどの場合に対しても，ひとまとめにした女子 2 人の並び方は，2! 通りある。
よって，並び方の総数は，積の法則により
$(5-1)!\times2!=4\cdot3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=48$　答 48 通り

【p.27 練習23】

4 種類の文字 a，b，c，d を，重複を許して次の個数だけ 1 列に並べるとき，何通りの文字列が作れるか。

(1)　2 個　　　　(2)　3 個

㊓

(1)　4 個から 2 個取る重複順列であるから

$4^2=4\times4=16$　　　答　16 通り

(2)　4 個から 3 個取る重複順列であるから

$4^3=4\times4\times4=64$　　　答　64 通り

【p.29 練習24】

次の値を求めよ。

(1)　${}_7C_3$　　(2)　${}_4C_2$　　(3)　${}_8C_1$　　(4)　${}_5C_5$

＊計算と意味を両方押さえる。

㊓

(1)　${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$　　(2)　${}_4C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$

計算

$\boxed{4}C_{2}=\dfrac{\overbrace{\boxed{4}\cdot3}^{2コ}}{\underbrace{2\cdot1}_{2コ}}$

(3)　${}_8C_1=\dfrac{8}{1}=8$　　(4)　${}_5C_5=1$

次のような選び方の総数を求めよ。

(1)　8 人から 2 人を選ぶ。　　(2)　6 色から 4 色を選ぶ。

意味

4コのモノから2コ選ぶ

（並べない）

㊓

(1)　${}_8C_2=\dfrac{8\cdot7}{2\cdot1}=28$（通り）

(2)　${}_6C_4=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=15$（通り）

【p.30 練習26】　重要！

次の値を求めよ。

(1)　${}_5C_4$　　(2)　${}_8C_6$　　(3)　${}_{20}C_{18}$

（この公式が使えないと長ーーい式を書くことになる）

㊓

ポ

(1)　${}_5C_4={}_5C_{5-4}={}_5C_1=5$

(2)　${}_8C_6={}_8C_{8-6}={}_8C_2=\dfrac{8\cdot7}{2\cdot1}=28$

(3)　${}_{20}C_{18}={}_{20}C_{20-18}={}_{20}C_2=\dfrac{20\cdot19}{2\cdot1}=190$

【p.31 練習27】

正六角形について，次の数を求めよ。

(1)　3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(2)　4 個の頂点を結んでできる四角形の個数

(3)　2 個の頂点を結ぶ線分の本数

(4)　対角線の本数

㊓

(1)　3 個の点を 1 組決めると三角形が 1 個作れる。

よって，できる三角形の個数は

${}_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$　　　答　20 個

(2)　4 個の点を 1 組決めると四角形が 1 個作れる。

よって，できる四角形の個数は

${}_6C_4={}_6C_2=15$　　　答　15 個

(3)　2 個の点を 1 組決めると線分が 1 本できる。

よって，できる線分の本数は

${}_6C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$　　　答　15 本

(4)　(2) で求めたものから辺の数 6 を引けばよいから

$15-6=9$　　　答　9 本

【p.31 練習28】

7 人の男子の中から 3 人，6 人の女子の中から 3 人を選んで 6 人の組を作るとき，何通りの組が作れるか。

㊓

男子 3 人の選び方は ${}_7C_3$ 通りあり，そのどの場合に対しても，女子 3 人の選び方は ${}_6C_3$ 通りある。

よって，6 人の組の総数は，積の法則により

${}_7C_3\times{}_6C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=700$　　　答　700 通り

【p.32 練習29】

8 人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1)　A，B，C，D の 4 つの組に，2 人ずつ分ける。

(2)　2 人ずつの 4 つの組に分ける。

㊓

(1)　A 組の 2 人の選び方は，${}_8C_2$ 通りある。

B 組の 2 人の選び方は残りの 6 人から選ぶので ${}_6C_2$ 通り，

C 組の 2 人の選び方は残りの 4 人から選ぶので ${}_4C_2$ 通りある。

A 組，B 組，C 組の人が決まれば，残りの D 組の 2 人は決まる。

よって，分け方の総数は，積の法則により

${}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{8\cdot7}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=2520$　　　答　2520 通り

(2)　(1) の分け方で，同じ人数の組の A，B，C，D の区別をなくすと，4! 通りずつ同じ組分けができる。

よって，分け方の総数は

$\dfrac{2520}{4!}=\dfrac{2520}{24}=105$　　　答　105 通り

【p.34 練習30】　〈同じものを含む順列は同じものの個数の階乗で割る〉

BANANA の 6 文字をすべて使って文字列を作るとき，文字列は何個作れるか。

6コの並びかえだから 6!

㊓

A が 3 個，N が 2 個，B が 1 個あるから

$\dfrac{6!}{3!\,2!\,1!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\times2\cdot1\times1}=60$　　　答　60 個

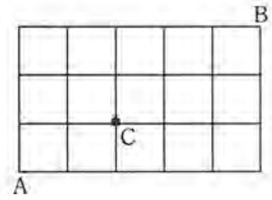
【p.34 練習31】

右の図のような道のある地域で，次のような最短の道順は何通りあるか。

(1)　C から B まで行く。

(2)　A から C を通って B まで行く。

(3)　A から C を通らずに B まで行く。



㊓

右へ 1 区画進むことを → で，上へ 1 区画進むことを ↑ で表す。

(1)　C から B まで行く最短の道順は，→ 3 個と ↑ 2 個の順列で表される。

よって，求める最短の道順の総数は

$\dfrac{5!}{3!\,2!}=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$　　　答　10 通り

(2)　A から C まで行く最短の道順は，→ 2 個と ↑ 1 個の順列で表される。

C から B まで行く最短の道順は 10 通りある。

よって，求める最短の道順の総数は

$\dfrac{3!}{2!1!}\times10=3\times10=30$　　　答　30 通り

(3)　A から B まで行く最短の道順は，→ 5 個と ↑ 3 個の順列で表されるから，その総数は

$\dfrac{8!}{5!\,3!}=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$

このうち，C を通るものが 30 通りあるから，求める最短の道順の総数は

$56-30=26$　　　答　26 通り

【p.36 補充問題1】

大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

(1)　すべて異なる目が出る。　　(2)　目の積が奇数になる。

(3)　目の積が偶数になる。　　(4)　目の積が 20 になる。

㊓

(1)　$6\times5\times4=120$（通り）

(2)　目の積が奇数になるのは，3 個の目がすべて奇数のときであるから

$3\times3\times3=27$（通り）

(3)　すべての目の出方は　$6\times6\times6=216$（通り）

目の積が奇数の場合の数を除けばよいから

$216-27=189$（通り）

(4)　$20=2^2\cdot5$ であるから，積が 20 になる目の組は (2，2，5)，(1，4，5) の 2 種類。

(2，2，5) の組からできる 3 つの数の並び方は 3 通り。

(1，4，5) の組からできる 3 つの数の並び方は 3! 通り。

よって，積が 20 になる目の出方は

$3+3!=3+3\cdot2\cdot1=9$（通り）