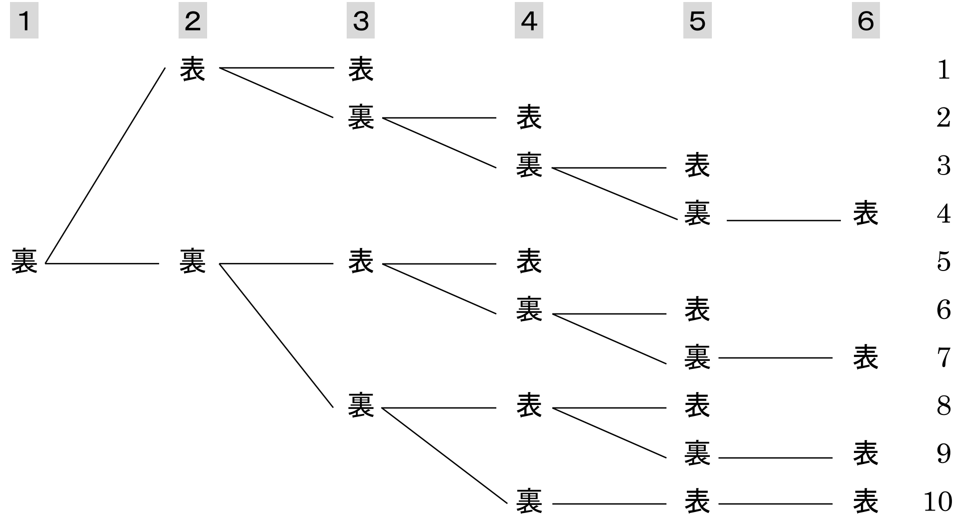
数学Ａ　練習問題解答　No.08

P17　A　樹形図(続き)

【練習８】　１枚の硬貨を繰り返し投げ，表が２回出たら賞品がもらえるゲームをする。ただし，投げられる回数は６回までとし，２回目の表が出たらそれ以降は投げない。１回目に裏が出たとき，賞品がもらえるための表裏の出方の順は何通りあるか。

解答



上の樹形図より　　　答　１０通り

P18　B　和の法則

【練習９】　１個のさいころを２回投げるとき，目の和が次のようになる出方は何通りあるか。

（１）　７または８　　　　　　（２）　４の倍数

解答

目の出方を$(1,\ 1)$のように，(１回目の出た目の数，２回目の出た目の数)で表して問題の目の和の出方が何通りあるか数えると

（１）　７または８

目の和が７の場合：$(1,\ 6)$　$(2,\ 5)$　$(3,\ 4)$　$(4,\ 3)$　$(5,\ 2)$　$(6,\ 1)$　の６通り

目の和が８の場合：$(2,\ 6)$　$(3,\ 5)$　$(4,\ 4)$　$(5,\ 3)$　$(6,\ 2)$　の５通り

和の法則により，目の和が７または８になるのは　$6+5=11$(通り)

答　１１通り

（２）　４の倍数

目の和が　４の場合：$(1,\ 3)$　$(2,\ 2)$　$(3,\ 1)$　の３通り

目の和が　８の場合：$(2,\ 6)$　$(3,\ 5)$　$(4,\ 4)$　$(5,\ 3)$　$(6,\ 2)$　の５通り

目の和が１２の場合：$(6,\ 6)$　の１通り

和の法則により，目の和が４の倍数になるのは　$3+5+1=9$(通り)

答　９通り

数学Ａ　練習問題解答　No.09

P19　C　積の法則

【練習 10】　大小２個のさいころを投げるとき，次の問いに答えよ。

（１）　２個のさいころの目の出方は何通りあるか。

（２）　大きいさいころの目が３以上であり，小さいさいころの目が偶数である出方は何通りあるか。

解答	（１）　２個のさいころの目の出方は何通りあるか。 大きいさいころの目の出方は，1 から 6 の６通りある。 同様に，小さいさいころの目の出方も，1 から 6 の６通りある。 積の法則により，求める目の出方は　$6\times6=36$（通り） 答　３６通り （２）　大きいさいころの目が３以上であり，小さいさいころの目が偶数である出方は何通りあるか。 大きいさいころの目が３以上の出方は，3 から 6 の４通りある。 小さいさいころの目が偶数である出方は，$\{2,\ 4,\ 6\}$ の３通りある。 積の法則により，求める目の出方は　$4\times3=12$（通り） 答　１２通り

【練習 11】　次の問いに答えよ。

（１）　大中小の３個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。

（２）　積 $(a+b)(c+d)(x+y+z)$ を展開すると，項は何個できるか。

解答	（１）　大中小の３個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。 大のさいころの目の出方は，1 から 6 の６通りある。 中のさいころの目の出方は，1 から 6 の６通りある。 小のさいころの目の出方は，1 から 6 の６通りある。 積の法則により，求める目の出方は　$6\times6\times6=216$（通り） 答　２１６通り （２）　積 $(a+b)(c+d)(x+y+z)$ を展開すると，項は何個できるか。 $(a+b)$，$(c+d)$，$(x+y+z)$ には同じ文字がないので，展開すると項の個数は， 積の法則により，求める項の個数は　$2\times2\times3=12$（個） 答　１２個

数学Ａ　練習問題解答　No.10

P19　C　積の法則(続き)

【練習 12】　次の数について，正の約数は何個あるか。

（１）　16　　　　　　　（２）　144

解答

（１）　16

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ なので

16 の正の約数は，$2^0 = 1$，$2^1 = 2$，$2^2 = 4$，$2^3 = 8$，$2^4 = 16$

の５個ある。

答　５個

（２）　144

$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2$ なので

2^4 の正の約数は５個あり，3^2 の正の約数は３個ある。

よって，積の法則により　$5 \times 3 = 15$ なので

答　１５個

P22　３　順列　A　順列の総数

n 個 から r 個とる順列の総数　${}_n\mathrm{P}_\mathrm{r} = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}_{n\text{ 個}}$ を使い，

順列の総数を計算する。

【練習 13】　次の値を求めよ。

（１）　${}_5\mathrm{P}_2$　　（２）　${}_8\mathrm{P}_4$　　（３）　${}_3\mathrm{P}_1$　　（４）　${}_6\mathrm{P}_6$

解答

（１）　${}_5\mathrm{P}_2$

$${}_5\mathrm{P}_2 = 5 \times 4 = \boxed{20}$$

（２）　${}_8\mathrm{P}_4$

$${}_8\mathrm{P}_4 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = \boxed{1680}$$

（３）　${}_3\mathrm{P}_1$

$${}_3\mathrm{P}_1 = 3 = \boxed{3}$$

（４）　${}_6\mathrm{P}_6$

$${}_6\mathrm{P}_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{720}$$

数学Ａ　練習問題解答　No.11

P22　A　順列の総数(続き)

【練習 14】　次のものの総数を求めよ。

（１）　１１人の生徒から３人を選んで１列に並べるときの並び順

（２）　７個の数字 1，2，3，4，5，6，7 のうちの異なる４個を並べて作る４桁の整数

解答

（１）　１１人の生徒から３人を選んで１列に並べるときの並び順

並び順は　$_{11}\mathrm{P}_3 = 11 \times 10 \times 9 = 990$

答　990 通り

（２）　７個の数字 1，2，3，4，5，6，7 のうちの異なる４個を並べて作る４桁の整数

異なる４個を並べて作る４桁の整数は

$$_{7}\mathrm{P}_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

答　840 個

P23　A　順列の総数(続き)

【練習 15】　次のような並べ方の総数を求めよ。

（１）　５個の数字 1，2，3，4，5 のすべてを１列に並べる。

（２）　７個の文字Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇのすべてを１列に並べる。

解答

（１）　５個の数字 1，2，3，4，5 のすべてを１列に並べる。

並べ方の総数は　$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

答　120 通り

（２）　７個の文字Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇのすべてを１列に並べる。

並べ方の総数は　$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

答　5040 通り

P23　B　順列の考え方の利用

【練習 16】　６人に候補選手の中から，リレーの第１走者から第４走者までを決めるとき，４人の走者の決め方は何通りあるか。

解答

６人に候補選手の中から，リレーの第１走者から第４走者までを決めるとき，４人の走者の決め方は何通りあるか。

６人から４人選んで１列に並べる順列の総数と同じなので，４人の走者の決め方の総数は

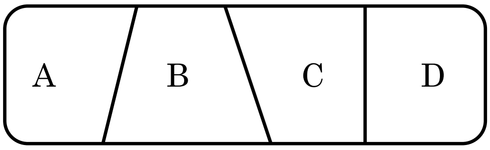
$$_{6}\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

答　360 通り

数学Ａ　練習問題解答　No.12

P23　B　順列の考え方の利用(続き)

【練習 17】　次のものの総数を求めよ。

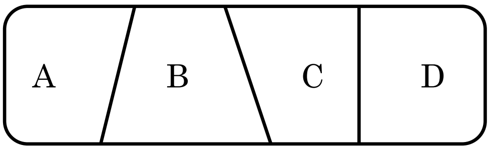


右の図のような，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの4つの部分を，すべて違う色で塗り分ける。

５種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。

解答

右の図のような，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの4つの部分を，すべて違う色で塗り分ける。



５種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。

Ａの部分に５種類の色から１種類選ぶ。次に，Ｂの部分に残った４種類から１種類選ぶ。同様にして，Ｃ，Ｄの部分に色を塗りすべて違う色になるのは５種類から４種類をえらんで１列に並べる順列の総数と同じである。だから

色の塗り方は　　$_5\mathrm{P}_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

答　120 通り

P24　B　順列の考え方の利用(続き)

【練習 18】　母音ａ，ｉ，ｕ，ｅ，ｏと子音ｋ，ｓ，ｔの８文字を１列に並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。

（１）　両端が母音である。　　　　（２）　母音５個が続いて並ぶ。

解答

（１）　両端が母音である。

両端に母音を並べる並べ方は，母音５個から２個選び１列に並べるのと同じである。次に，残りの母音３個と子音３個を１列に並べることなので，積の法則により

両端が母音である並べ方の総数　　$_5\mathrm{P}_2 \times 6! = 5 \times 4 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 14400$

答　14400 通り

（２）　母音５個が続いて並ぶ。

母音５個を１グループと考えて，母音１グループと子音３個を１列に並べる。

母音も５個１列に並べる。求める母音５個が続いて並ぶ並べ方の総数は

$$4! \times 5! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2880$$

答　2880 通り

数学Ａ　練習問題解答　No.13

P24　B　順列の考え方の利用(続き)

【練習 19】　５個の数字 1，2，3，4，5 のうちの異なる３個を並べて，３桁の整数を作る。次のような整数は何個作れるか。

（1）　５の倍数　　（2）　偶数　　（3）　奇数

解答	（1）　５の倍数 ５の倍数なので，１の位は 5 となる。十の位，百の位の数字は，5 以外の 1，2，3，4 までの数字から２個選んで１列に並べる順列の総数と同じなので $_4\mathrm{P}_2 = 4 \times 3 = 12$ 答　12 個 （2）　偶数 偶数なので１の位は，2，4 であり，十の位，百の位の数字は，１の位の数に選ばなかった 2，4 の一方の数と1，3，5 の３個の数うちの２個を一列に並べる順列の総数と同じなので，積の法則により $_4\mathrm{P}_2 \times 2 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ 答　24 個 （3）　奇数 奇数なので１の位は1，3，5 であり，十の位，百の位の数字は，１の位の数に選ばなかった 1，3，5 の残りの数と2，4 の２個の数４個から２個を一列に並べる順列の総数と同じなので，積の法則により $_4\mathrm{P}_2 \times 3 = 4 \times 3 \times 3 = 36$ 答　36 個